

L'ECHELLE D'UNE CARTE

I- Généralité :

Une maison mesure **12 m** de long ; elle est représentée sur un plan d'architecte par un rectangle de **48 cm** de longueur.

Quelle est l'échelle de ce plan ?

Au cours d'une promenade, Pierre voit que la distance qui lui reste à parcourir représente **5 cm** sur sa carte à l'échelle.

Quelle distance réelle cela représente-t-il ?

Quelles sont les méthodes de calcul qui permettent de répondre à ces questions ?

1- Application :

Exemple 1 :

Bernard veut faire un plan de sa chambre ; elle est rectangulaire et mesure **5 m** de long sur **2,50 m** de large.

Il décide de diviser les dimensions réelles par **20** :

5 m = 500 cm et **$500 \div 20 = 25$** ; **2,5 m = 250 cm** et **$250 \div 20 = 12,5$** .

Il dessine alors un rectangle de **25 cm** de long sur **12,5 cm** de large.

Définition : sur une carte (ou un plan), les dimensions sont égales aux dimensions réelles multipliées par un même nombre **e**. Ce nombre **e** s'appelle l'échelle de la carte.

Si **D** est une distance réelle qui est représentée sur la carte par une distance **d**, alors

$D \times e = d$ (les distances doivent être exprimées dans la même unité).

2- Calculer une échelle :

Exemple 2 :

Quelle est l'échelle **e** du plan d'architecte mentionné en introduction (**12 mètres** représentés par **48 centimètres**) ?

On a : **$D = 12 \text{ m} = 1\,200 \text{ cm}$** et **$d = 48 \text{ cm}$** .

Alors : **$1\,200 \times e = 48$** , soit (en simplifiant par **48**).

Remarque : on peut aussi dire que l'échelle est égale à **0,04**, mais c'est l'usage, quand c'est possible, d'écrire une échelle sous la forme d'une **fraction** de numérateur **1**.

Exemple 3 :

Sur une carte routière, une route rectiligne de **1 km** de long est représentée par **1 cm**.

Quelle est l'échelle de cette carte ?

On a : $D = 1 \text{ km} = 100\,000 \text{ cm}$ et $d = 1 \text{ cm}$.

Appelons e l'échelle de la carte.

Exemple 4 :

On photographie avec un microscope une paramécie de **0,2 mm** de long.

Sur la photographie, la paramécie mesure **10 cm** de long.

Quelle est l'échelle de cette photographie ?

On a : $D = 10 \text{ cm} = 100 \text{ mm}$ et $d = 0,2 \text{ mm}$.

Appelons e l'échelle de la photographie.

Alors : $0,2 \times e = 100$, soit $e = 100 \div 0,2 = 500$.

L'échelle de la photographie est égale à **500**.

Remarque : dans cet **exemple**, la photographie est un agrandissement ; c'est pourquoi l'échelle est un nombre supérieur à **1**.

Application :

Exemple 5 :

Calculer une distance réelle. Reprenons le deuxième exemple cité en introduction.

Quelle est la distance que Pierre doit parcourir (distance représentée par **5 cm** sur une carte à l'échelle) ?

On applique la formule $D \times e = d$.

Alors : soit $D = 5 \times 25\,000 = 125\,000$.

On a donc : $D = 125\,000 \text{ cm} = 1,25 \text{ km}$.

Pierre doit parcourir **1,25 km**.